センター試験 (2011 年実施) 数学 II·B 解説

2011 年 1 月 16 日作成
2011 年 1 月 29 日修正

第 1 問

〔1〕 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$ のとき、関数

$$y = \cos 2\theta + \sqrt{3}\sin 2\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta$$

の最小値を求めよう。$t = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ と置くと、

$$\begin{aligned} t^2 &= (\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta)^2 \\ &= \sin^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 3\cos^2\theta \\ &= 2\cos^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 1 \qquad (\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}) \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} y &= \cos 2\theta + \sqrt{3}\sin 2\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta \\ &= (2\cos^2\theta - 1) + \sqrt{3}\cdot 2\sin\theta\cos\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta \\ &= (2\cos^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 1) - 2(\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta) - 2 \\ &= t^2 - 2t - 2 \qquad (\boxed{\text{オ}} \sim \boxed{\text{カ}}) \end{aligned}$$

となる。

一方、$t = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ に関して、点 $(1, \sqrt{3})$ は半径 2、偏角 $\frac{\pi}{3}$ なので、

$$t = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \qquad (\boxed{\text{キ}} \sim \boxed{\text{ク}})$$

である。

次に、$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$ より、

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{3} \qquad (\boxed{\text{ケ}})$$

なので、

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \leq \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \therefore\ & -1 \leq 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq \sqrt{3} \\ \therefore\ & -1 \leq t \leq \sqrt{3} \qquad (\boxed{\text{コ}} \sim \boxed{\text{シ}}) \end{aligned}$$

である。

一方、

$$y = t^2 - 2t - 2 = (t-1)^2 - 3$$

と変形すると、$t = 1$ は上の範囲に含まれているので、$t = 1$ のとき y は最小値 -3 となり、この時の θ を求めると、

$$\begin{aligned} & 1 = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \\ \therefore\ & \theta + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \\ \therefore\ & \theta = -\frac{\pi}{6} \qquad (\boxed{\text{ス}} \sim \boxed{\text{タ}}) \end{aligned}$$

である。

〔2〕 自然数 x で、条件

$$12(\log_2\sqrt{x})^2 - 7\log_4 x - 10 > 0$$
$$x + \log_3 x < 14$$

を満たすものを求めよう。
まず、x を正の実数として、1 つ目の条件について考える。
$X = \log_2 x$ と置くと、

$$\log_2\sqrt{x} = \frac{1}{2}\log_2 x = \frac{1}{2}X$$
$$\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{X}{2}$$

となるので、1 つ目の条件は、

$$12\left(\frac{X}{2}\right)^2 - 7\cdot\frac{1}{2}X - 10 > 0$$
$$\therefore\ 6X^2 - 7X - 20 > 0 \qquad (\boxed{\text{チ}}\sim\boxed{\text{テ}})$$
$$\therefore\ (3X+5)(2X-4) > 0$$
$$\therefore\ X < -\frac{5}{3}, 2 < X \qquad (\boxed{\text{ト}}\sim\boxed{\text{ヌ}})$$

ところで、x は自然数だから、$X > 0$ であるので、

$$2^2(=4) < x$$

となる。
したがって、1 つ目の条件を満たす最小の自然数 x は 5 である。 $(\boxed{\text{ネ}})$
　次に、2 つ目の条件を満たす自然数 x について考える。
まず、x は自然数だから、$x < x + \log_3 x < 14$ であるが、$3^2 < 14 < 3^3$ なので、

$$x + \log_3 x < 14$$
$$\therefore\ x < 14 - \log_3 x < 14 - \log_3 9 = 12$$

つまり、2 番目の条件を満たす最大の自然数は 11 となる。 $(\boxed{\text{ノ}}\sim\boxed{\text{ハ}})$

第 2 問

座標平面上で、放物線 $y = x^2$ を C とする。

曲線 C 上の点 P の x 座標を a とする。点 P における C の接戦 l の方程式を求める。

まず、放物線の式 $y = x^2$ を微分すると $y' = 2x$ なので、$x = a$ における接線の傾きは $2a$ である。

したがって、接線 l の式を求めると、

$$y - a^2 = 2a(x - a)$$

$$\therefore\ y = 2ax - a^2 \qquad (\boxed{\text{ア}}\sim\boxed{\text{ウ}})$$

となる。

$a \neq 0$ のとき、直線 l が x 軸と交わる点を Q とすると、$y = 0$ を代入して、

$$0 = 2ax - a^2$$

$$\therefore\ \ x = \frac{a}{2}$$

よって、Q の座標は $(\frac{a}{2}, 0)$ である。　$(\boxed{\text{エ}}\sim\boxed{\text{カ}})$

$a > 0$ のとき、曲線 C と直線 l および x 軸で囲まれた図形の面積を S とすると、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^a x^2 dx - \int_{\frac{a}{2}}^a (2ax - a^2) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^a - \left[ax^2 - a^2x\right]_{\frac{a}{2}}^a \\ &= \frac{1}{3}a^3 - (a^3 - a^3) + \left(\frac{1}{4}a^3 - \frac{1}{2}a^3\right) \\ &= \frac{1}{12}a^3 \qquad (\boxed{\text{キ}}\sim\boxed{\text{ケ}}) \end{aligned}$$

である。

$a < 2$ のとき、曲線 C と直線 l および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積を T とすると、

$$\begin{aligned} T &= \int_a^2 (x^2 - 2ax + a^2) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - ax^2 + a^2x\right]_a^2 \\ &= \left(\frac{1}{3}2^3 - 4a + 2a^2\right) - \left(\frac{1}{3}a^3 - a^3 + a^3\right) \\ &= -\frac{1}{3}a^3 + 2a^2 - 4a + \frac{8}{3} \qquad (\boxed{\text{コ}}\sim\boxed{\text{セ}}) \end{aligned}$$

である。

さて、$a = 0$ のときは $S = 0$、$a = 2$ のときは $T = 0$ であるとして、$U = S + T$ と置いて、$0 \leq a \leq 2$ に対して考える。

まず、

$$\begin{aligned} U &= S + T \\ &= \frac{1}{12}a^3 - \frac{1}{3}a^3 + 2a^2 - 4a + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{4}a^3 + 2a^2 - 4a + \frac{8}{3} \end{aligned}$$

となるので、U を a に関して微分すると、

$$U' = -\frac{3}{4}a^2 + 4a - 4$$

したがって、$U'=0$ を解くと、

$$
\begin{aligned}
&-\frac{3}{4}a^2+4a-4=0\\
&\frac{1}{4}a^2-a^2+4a-4=0\\
&(\frac{1}{2}a)^2-(a-2)^2=0\\
&\frac{1}{2}a=\pm(a-2)\\
\therefore\ &a=\frac{4}{3},4
\end{aligned}
$$

ここで増減表を書くと、

x	0	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$	2
U'			0		
U	-4	$\searrow$	$\frac{8}{27}$	$\nearrow$	$\frac{2}{3}$

となる。

したがって、$a=0$ のとき、最大値 $\frac{8}{3}$ となり、$a=\frac{4}{3}$ のとき、最小値となる。 ($\boxed{\text{ソ}}$〜$\boxed{\text{ニ}}$)

　実は、3 次関数の形状を知っていれば、もう少し簡単に解ける。

まず、U の a^3 の係数が負であるから、大雑把に曲線は「$\searrow\nearrow\searrow$」のような形状をしていることがわかる。

さらに、$a=0$ における U の値と $a=4$ における U の値が同じなので、$a=2$ は今考えている範囲では最大値にはならない。

よって、$a=0$ のとき最大値となる。

一方、$a=\frac{4}{3}$ のとき、極小なので、今の範囲では最小値となる。

まとめると、$a=0$ のとき最大値となり、$a=\frac{4}{3}$ のとき最小値となる。

第 3 問

数直線上で点 P に実数 a が対応しているとき、a を点 P の座標といい、座標が a である点 P を $P(a)$ で表す。数直線上に点 $P_1(1)$、点 $P_2(2)$ をとる。線分 P_nP_{n+1} を $3:1$ に内分する点を P_{n+2} とし、P_n の座標を x_n とする。
定義から、

$$\begin{aligned} x_{n+2} &= \frac{x_n + 3x_{n+1}}{4} \\ \therefore\ 4x_{n+2} &= 3x_{n+1} + x_n \\ \therefore\ 4(x_{n+2} - x_{n+1}) &= -(n_{n+1} - x_n) \end{aligned}$$

となる。
まず、$x_1 = 1, x_2 = 2$ だから、

$$x_3 = \frac{1 + 3 \times 2}{4} = \frac{7}{4} \qquad (\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{イ}})$$

である。
$y_n = x_{n+1} - x_n$ と置く。

$$y_1 = x_2 - x_1 = 2 - 1 = 1 \qquad (\boxed{\text{ウ}})$$

であり、

$$y_{n+1} = -\frac{1}{4}y_n \qquad (\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{カ}})$$

となる。
y_n に関する漸化式は等比級数であるから、

$$y_n = 1 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} \qquad (\boxed{\text{キ}})$$

である。
したがって、

$$\begin{aligned} x_{n+1} - x_n &= \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} \\ \therefore\ x_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(-\frac{1}{4}\right)^{k-1} \\ &= 1 + \frac{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}}{1 + \frac{1}{4}} \\ &= 1 + \frac{4}{5}\left\{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}\right\} \\ &= \frac{9}{5} - \frac{4}{5}\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} \qquad (\boxed{\text{ク}} \sim \boxed{\text{サ}}) \end{aligned}$$

となる。
次に、自然数 n に対して、$S_n = \sum_{k=1}^{n} k|y_k|$ を求めよう。

$r = |\frac{-1}{4}| = \frac{1}{4}$ と置くと、$|y_k| = (\frac{1}{4})^{k-1} = r^{k-1}$ となるので、

$$\begin{aligned}
S_n - rS_n &= \sum_{k=1}^{n} kr^{k-1} - r\sum_{k=1}^{n} kr^{k-1} \\
&= \sum_{k=1}^{n}(kr^{k-1} - kr^k) \\
&= (1\cdot r^0 - 1\cdot r^1) + (2\cdot r^1 - 2\cdot r^2) + \cdots + (nr^{n-1} - nr^n) \\
&= (r^0 + r^1 + \cdots + r^{n-1}) - nr^n \\
&= \sum_{k=0}^{n-1} r^k - nr^n \\
&= \sum_{k=1}^{n} r^{k-1} - nr^n \qquad (\boxed{\text{シ}} \sim \boxed{\text{ス}}) \\
&= \frac{1-r^n}{1-r} - nr^n
\end{aligned}$$

である。
したがって、

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{1-r^n}{(1-r)^2} - \frac{nr^n}{1-r} \\
&= \frac{9}{16}\left\{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right\} - \frac{n\left(\frac{1}{4}\right)^n}{\frac{3}{4}} \\
&= \frac{9}{16}\{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\} - \frac{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \qquad (\boxed{\text{セ}} \sim \boxed{\text{ナ}})
\end{aligned}$$

となる。

第 4 問

四角錐 $OABCD$ において、三角形 OBC と三角形 OAD は合同だから、$\triangle OAB$ や $\triangle OCD$ は二等辺三角形である。

さらに、$OB=1, BC=2, OC=\sqrt{3}$ であり、底面の四角形 $ABCD$ は長方形である。
$AB=2r$ と置き、$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}, \overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}, \overrightarrow{OC}=\overrightarrow{c}$ と置く。
$\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}$ で表すと、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD} &= \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}\\ &= \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}\\ &= \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\\ &= \overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c} \qquad (\boxed{\text{ア}}\sim\boxed{\text{イ}})\end{aligned}$$

となる。

さらに、辺 OD を $1:2$ に内分する点を L とすると、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AL} &= \overrightarrow{OL}-\overrightarrow{OA}\\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{a}\\ &= -\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\frac{1}{3}\overrightarrow{b}+\frac{1}{3}\overrightarrow{c} \qquad (\boxed{\text{ウ}}\sim\boxed{\text{カ}})\end{aligned}$$

となる。

さらに、辺 OB の中点を M、3 点 A, L, M の定める平面を α とし、平面 α と辺 OC との交点を N とする。
点 N は平面 α 上にあることから、$\overrightarrow{AN}$ は実数 s, t を用いて、$\overrightarrow{AN}=s\overrightarrow{AL}+t\overrightarrow{AM}$ と表せるので、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA}\\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \overrightarrow{ON} &= \overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AO}\\ &= (s\overrightarrow{AL}+t\overrightarrow{AM})+\overrightarrow{a}\\ &= s\left(-\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\frac{1}{3}\overrightarrow{b}+\frac{1}{3}\overrightarrow{c}\right)+t\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}\right)+\overrightarrow{a}\\ &= \left(1-\frac{2}{3}s-t\right)\overrightarrow{a}+\left(-\frac{1}{3}s+\frac{1}{2}t\right)\overrightarrow{b}+\frac{1}{3}s\overrightarrow{c} \qquad (\boxed{\text{キ}}\sim\boxed{\text{シ}})\end{aligned}$$

となる。

一方、点 N は辺 OC 上にもあるから、k を実数として、$\overrightarrow{ON}=k\overrightarrow{OC}$ であるとすれば、連立方程式

$$\begin{cases}1-\frac{2}{3}s-t=0\\ -\frac{1}{3}s+\frac{1}{2}t=0\\ \frac{1}{3}s=k\end{cases}$$

を解けばよくて、解くと、

$$\begin{cases}s=\frac{3}{4}\\ t=\frac{1}{2}\\ k=\frac{1}{4}\end{cases}$$

となる。

ゆえに、$\overrightarrow{ON} = \frac{1}{4}\overrightarrow{c}$ となる。　　($\boxed{\textbf{ス}}$〜$\boxed{\textbf{セ}}$)

また、$OB = 1, BC = 2, OC = \sqrt{3}$ より、$\triangle OAD \equiv \triangle OBC$ は直角三角形で、

$$\angle BOC = \angle AOD = 90^\circ$$

$$\angle OBC = \angle OAD = 60^\circ$$

$$\angle OCB = \angle ODA = 30^\circ$$

したがって、

$$\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 90^\circ = 0 \qquad (\boxed{\textbf{チ}})$$

$|\overrightarrow{AB}|^2 = (2r)^2 = 4r^2$ であり、$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}$ だから、

$$\begin{aligned}
|\overrightarrow{AB}|^2 &= |\overrightarrow{b}|^2 - 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + |\overrightarrow{a}|^2 \\
&= 1 - 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + 1 \\
&= 2 - 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \quad \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= \frac{1}{2}(2 - 4r^2) \\
&= 1 - 2r^2 \qquad (\boxed{\textbf{ソ}}\text{〜}\boxed{\textbf{タ}})
\end{aligned}$$

$|\overrightarrow{AC}|^2 = AB^2 + BC^2 = 4r^2 + 4$ だから、$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c} - \overrightarrow{a}$ より、

$$\begin{aligned}
|\overrightarrow{AC}|^2 &= |\overrightarrow{c}|^2 - 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} + |\overrightarrow{a}|^2 \\
&= 3 - 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} + 1 \\
&= 4 - 2\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \quad \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} &= \frac{1}{2}(4 - (4r^2 + 4)) \\
&= \frac{1}{2} \cdot (-4r^2) \\
&= -2r^2 \qquad (\boxed{\textbf{ツ}}\text{〜}\boxed{\textbf{テ}})
\end{aligned}$$

とわかる。

したがって、$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MN}$ を計算すると、

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MN} &= \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{c} - \frac{1}{2}\overrightarrow{b}\right) \\
&= \frac{1}{8}\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} - \frac{1}{4}|b|^2 - \frac{1}{4}\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} + \frac{1}{2}\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} \\
&= \frac{1}{8} \cdot 0 - \frac{1}{4} \cdot 1^2 - \frac{1}{4} \cdot (-2r^2) + \frac{1}{2} \cdot (1 - 2r^2) \\
&= -\frac{1}{2}r^2 + \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

ここで、$\overrightarrow{AM}$ と $\overrightarrow{MN}$ が直行するとき、内積は 0 になるから、

$$-\frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore r^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore AB = 2r = \sqrt{2} \qquad (\boxed{\textbf{ト}})$$

となる。

第 6 問

まず、例より、$n = 10$ に対し、

$$F(10) = 6$$

(1) $n = 6$ に対し、$6 \to 3 \to 10$ だから、

$$\begin{aligned} F(6) &= 2 + F(10) \\ &= 2 + 6 \\ &= 8 \quad (\boxed{\text{ア}}) \end{aligned}$$

となり、一方、$n = 11$ に対し、

$$11 \to 34 \to 17 \to 52 \to 26 \to 13 \to 40 \to 20 \to 10$$

だから、

$$\begin{aligned} F(11) &= 8 + F(10) \\ &= 8 + 6 \\ &= 14 \quad (\boxed{\text{イ}} \sim \boxed{\text{ウ}}) \end{aligned}$$

となる。

[プログラム] の解説

まず、100 行目で、入力 `N` $= n$ を読み込む。
それを変数 `I` に代入する。
ループ回数を示すカウンタ `C` を初期値 0 にセットする。
さて、130 行目について、`I` $= 1$ の時、これはプログラムの終了条件である。
ところで、210 行目は結果を出力しているから、ここに続くのが適当なので、`GOTO 210` となる。　($\boxed{\text{エ}}$)
次に、140 行目について、条件 `INT(I/2)*2=I` というのは、`I` が偶数なら左辺が変わらずに右辺と一致するので True を返すが、奇数の場合、右辺より 1 小さい数になるので False を返す。
もし偶数ならば、150 行目に進み、190 行目に行くが、奇数ならば、180 行目に進み、I の処理をしている。
`I` が偶数であった場合、`I` の処理をしなければならないので、150 行目にそれを処理する。
したがって、150 行目は、`LET I=I/2` とする。　($\boxed{\text{オ}}$)
一方、`I` に関する処理を行ったら、カウンタ `C` を回さなければならないので、それを 190 行目に入れる。
したがって、190 行目は、`LET C=C+1` となる。　($\boxed{\text{カ}}$)
さて、これでループ処理はひと段落しているから、`I` の判定へ持っていかなければならいので、それを行っている 140 行目にジャンプさせる。
したがって、200 行目は、`GOTO 140` となる。　($\boxed{\text{キ}}$)

次に、このプログラムを実行して、`N=24` について考えたい。
180 行目は奇数の場合に処理されるから、24 からスタートして 1 になるまでのルートは、

$$24 \to 12 \to 6 \to 3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$$

であるので、
ここで 1 以外の奇数は 2 回登場しているので、180 行目は 2 回実行される。　($\boxed{\text{ク}}$)
(3) M を 10^5 以下の自然数とし、(2) のプログラムを変更して、M 以下の自然数 N のうち、$F(N)$ となるすべての N について、$F(N)$ の値を出力するプログラムを作成する。
そこで、100 行目に問題にあるように修正すると、
まず、入力された M に対し、$N = 1$ から $N = M$ までループさせる。

ここで、カウンタ C は $F(N)$ であるから、この値が $C=F(N)\leq 10$ ならば出力処理を行うので、
210 行目の空欄は、`C<=10` となる。 ($\boxed{\text{ケ}}$)
さらに、211 行目には、次の N に対して新たなループに入るので、`NEXT N` が空欄に入る。 ($\boxed{\text{コ}}$)

この変更されたプログラムに対し、$M=10$ を入力する。
このとき、210 行目の出力の実行回数を考える。
$N=1,2,\cdots,10$ までのルートを考えれば、

1

$2\to 1$

$3\to 10\to 5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1$

$4\to 2\to 1$

$5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1$

$6\to 3\to 10\to 5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1$

$7\to 22\to 11\to 34\to 17\to 52\to 26\to 13\to 40\to 20\to 10\to\cdots$

$8\to 4\to 2\to 1$

$9\to 28\to 7\to\cdots$

$10\to 5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1$

なので、$N=7,9$ の場合、$F(N)\leq 10$ にはならないので、210 行目は計 8 回実行される。 ($\boxed{\text{サ}}$)